Studietoets Hogere Wiskunde I – **1ste bach HIR(B)** – *29/10/07*

NAAM: .... VOORNAAM: ....

Studierichting: .... LOKAAL: ....

In deze tabel niets schrijven behalve je antwoorden op de meerkeuzevragen

				MEERKEUZE		
vraag	1	2	3	4	5	6
score/ antwoord						

<u>BELANGRIJK:</u> begin met op **ELK** blad dat je gekregen hebt je **naam** in **HOOFDDRUKLETTERS** en je **studierichting** te schrijven.

1. Lcd-televisies zijn in Europa in volle opmars. In onderstaande tabel geven we informatie over het aantal dergelijke tv's in een niet nader gespecifieerde regio als functie van de tijd.

tijdstip	1 juli 2005	1 jan 2006	1 juli 2006	1 jan 2007	1 juli 2007
aantal lcd-tv's	54300	97200	146800	210600	263900

Gebruik lineaire interpolatie om een formule op te stellen waarmee je een benadering kan vinden voor het aantal lcd-tv's op een willekeurig ogenblik t in de tweede helft van het jaar 2006. Kies hierbij zelf een zinvolle eenheid om de tijd t in uit te drukken. Gebruik die formule om het aantal lcd-tv's te berekenen op 1 november 2006.

2. (a) Veronderstel dat $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ een rij is in $\mathbb{R}$ met als limiet $a \in \mathbb{R}_0^+$. Gebruik enkel de definitie van limiet van een rij om aan te tonen dat er een $n_0 \in \mathbb{N}$ bestaat zo dat $x_n > a/2$ voor alle $n \in \mathbb{N}$ met $n \geq n_0$.

   (b) Wat bedoelt men precies wanneer men in de context van limieten van rijen schrijft:

   "voor $a \in \mathbb{R}_0^+$ is $a \times (+\infty) = (+\infty)$"?

   Bewijs dan deze uitspraak door uitsluitend gebruik te maken van de definitie van limiet van een rij. Tip: gebruik (a).

3. Bij de opbouw van de exponentiële functie met grondtal $a \in \mathbb{R}_0^+$ hebben we op een bepaald moment het volgende Lemma bewezen:

$$\boxed{\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall q \in \mathbb{Q} : |q| < \delta \Rightarrow |a^q - 1| < \varepsilon.}$$

Beschouw nu een rij $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{Q}$ die naar 0 convergeert. Gebruik **<u>enkel</u>** het lemma en de definitie van limiet van een rij om aan te tonen dat

$$\lim_{n\to\infty} a^{s_n} = 1.$$

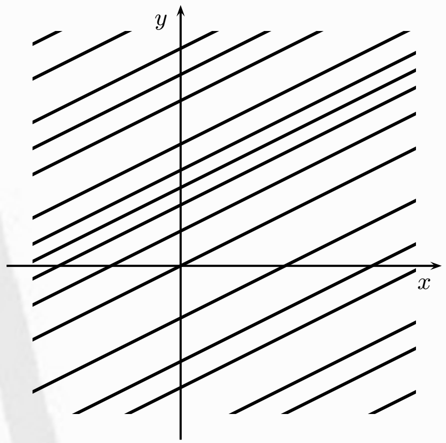
Volgende vragen zijn meerkeuzevragen. Telkens één alternatief is correct. Vul de corresponderende letter **duidelijk** in in de **TABEL** bovenaan (onder je naam). Gok niet blindelings want voor een foutief antwoord wordt 1/3 van de punten afgetrokken die je met een juist antwoord kunt verdienen.

4. (*Examenvraag 21/01/05*)
   Beschouw een complex getal $z = a + bi \in \mathbb{C}$ (met $a, b \in \mathbb{R}$). De eis dat z voldoet aan $|z - i| < 2$ is equivalent met

   (A) $i - 2 < z < i + 2$.
   (B) $z^2 + 1 < 4$.
   (C) $-2 < a < 2$ en $-2 < b - 1 < 2$.
   (D) $a^2 + (b-1)^2 < 4$.

5. Zij $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een functie waarvan je enkel weet dat het <u>GEEN</u> eerstegraadsfunctie is. Met f wordt op één of andere manier een functie $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto g(x, y)$ gemaakt waarvan je het patroon van de niveaulijnen op de tekening hiernaast ziet. Welke van volgende functievoorschriften voor g is compatibel met dit patroon?

   (A) $g(x, y) = f(x - 2y)$
   (B) $g(x, y) = f(x) - 2y$
   (C) $g(x, y) = x + f(2y)$
   (D) $g(x, y) = f(x + 2y)$



6. Zij A een niet-leeg deel van $\mathbb{R}$ en zij $s \in \mathbb{R}$ een bovengrens voor A. Welk van volgende uitspraak is equivalent met te eisen dat $s = \sup A$?

   (A) $\exists \varepsilon > 0, \forall a \in A : \ a > s - \varepsilon$
   (B) $\forall \varepsilon > 0, \exists a \in A : \ a > s - \varepsilon$
   (C) $\exists \varepsilon > 0, \exists a \in A : \ a > s - \varepsilon$
   (D) $\forall \varepsilon > 0, \forall a \in A : \ a > s - \varepsilon$

Succes !