

Examen: Wiskunde voor economen

juni 2017

Vraag 1:

Lokale extrema zoeken van de functie $f(x,y)=2x^3+18xy+6y^2+12x$

Zijn de eventuele minima en maxima ook globale extrema?

min bij kritiek punt (4,-6)

zadelpunt in $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$

geen globaal min

Vraag 2:

Grasgroei $g(i,n) = C \cdot i \cdot n \cdot (1-n)$ maximaliseren.

De grasgroei hangt af van de wolkdichtheid $(1+(n/2))^i = 300$. $k(i,n) = (1-(n/2))^i - 300 = 0$ met neerslag n tussen 0 en 1

Lagrangefunctie opstellen met constante C , en onbekenden i en n .

- Stel het optimalisatieprobleem op
 $g(i,n) - \lambda k(i,n)$
- Onder welke voorwaarde mag Lagrange worden gebruikt? Met de gradient niet gelijk aan nul en de functies zijn continu
→ **klopte.**
- Los het optimalisatieprobleem op via Lagrange
Één van de n -nulpunten kon niet want was groter dan 1!
multiplicator 0.35
- $300 \Rightarrow 250$, bereken het effect op de grasgroei zonder het optimalisatieprobleem terug helemaal uit te werken (dus via Lagrangemultiplicator)
 $\lambda/50$ in functie van C ?

Vraag 3:

Een leerling heeft 3 examenmomenten:

Hij leert voor de proefexamens 30 uur, maar heeft 10 uur slaaptekort. → haalt een 6/20

Hij leert voor de examens in januari 30 uur, maar heeft geen slaaptekort → haalt 8/20

Hij leert voor de paastoets 42 uur en heeft terug 10 uur slaaptekort → haalt een 10/20

Hoe lang moet hij nu leren om een 12/20 te halen als hij 5 uur slaaptekort heeft?

Lineair benaderen functie $R = 1/60t - 1/100s - 1/10$

Dan met deze functie moest je uitrekenen hoeveel iemand moest studeren die een

slaaptekort van 5 uur ging hebben dus $s=5$ en een 12/20 ($r=12/20$)

Invullen geeft je **studeer tijd (t) = 45**

Mogelijke functie: **$\Delta f(s,r) = D_1 f(s,r) \times \Delta s + D_2 f(s,r) \times \Delta r$**

Andere mogelijke functie: **$r(t,s) = at - bs + c$** met a, b, c element van $\mathbb{R}_0$

Gegevens invullen $t = 30$ en $s = 10$. Als je dit met de 3 gegeven combinaties deed krijg je een stelling met 3 functies, waar je a, b, c uit kan halen.

a op $\frac{1}{3}$, voor b op $\frac{1}{5}$ en voor c op -2 . Functievoorschrift $r(s,t) = 1/3t - 1/5s - 2$.

Vul hier in wat gevraagd wordt, uitkomst: **$12 = 1/3t - 1/5s - 2$ dus $t = 45$**

of

1 stelling als norm nemen en dan telkens kijken naar de verandering. Ook uitkomst 45.

Stijging van $15u.15+30=45$.

Vraag 4:

Piramide constructie:

- Elk jaar zijn er evenveel nieuwe intekeningen op als de leeftijd van de constructie +1 (dus op jaar 0 is er 1 nieuwe intekeningen, op jaar 1 zijn er 2 nieuwe enzovoort)
- Bij elke nieuwe intekening moest er een vast kapitaal K gestort worden
- Op het einde van elk jaar wordt er 20% (niet gekapitaliseerde) interest betaald op alle intekeningen

Vragen:

- Geef het voorschrift van het aantal jaarlijkse intekeningen (K_n)
 $K_n = K \cdot (n+1)$
- Geef het voorschrift van de jaarlijkse interest kosten (aantal uitgegeven interest na N jaren, sommatie van $k=0$ tot n) (I_n)
 $I_n = ((n+2) \cdot (n+1)) / 2 \cdot 0.2$ (gegeven formule: $((a_0 + a_k) \cdot (n+1)) / 2$)
- Bereken de limiet van $n \rightarrow \infty$ voor $(I(n)) / (K(n))$. Als deze strikt groter is dan 1 stort de constructie in. Zal dit gebeuren en zo ja in welk jaar?
limiet = ∞ , piramide stort in.

Vraag 5

Hoelang moet een bedrag (K) uitstaan voor het is verdubbeld met continue interest rekening en met interest gelijk aan j .

$$K \cdot e^{(j \cdot n)} = 2K$$

$$\rightarrow e^{(j \cdot n)} = 2$$

$$\rightarrow j \cdot n \cdot \ln(e) = \ln 2$$

$$\rightarrow n = \ln 2 / j$$

Meerkeuzevragen:

- Derde orde benadering van $\tan x$ rond π berekenen: $x = \pi$. da me uw 3de orde benadering was het antwoord iets met $(x-\pi) \cdot (x-\pi)^3 \dots$
 $x - \pi + ((\pi - x)^3) / 3$
- Een grafiek met de groeipercentages (van het bbp) in België en vier stellingen hierover. Welke stelling is fout?
 - ...
 - begin 2009 is groter dan einde 2008**
 - ...
 - ...
- Neem de limiet naar oneindig van de volgende functie: $1/x \cdot \int_0^x (1 - te^{-t}) dt$ van 0 tot x van
 - 0
 - 1**
 - ...
 - bestaat niet

Als je de integraal uitwerkt kom je een deel uit op x , dus $1/x \cdot x$ is gewoon 1, daarom is de oplossing ook 1. Want je kon je integraal opsplitsen en de integraal van dt wordt t en deze wordt ingevuld door $x \rightarrow 1/x \cdot x$.

4. Gegeven: iets met de gradiënt en als je deze berekende kreeg je 2x een negatieve term, met onbekenden x en z , in de afgeleide van een andere functie.
Wat is juist?
- a) een formule voor de gradient (was fout)
 - b) Er is een component was van een positieve x -as
 - c) er is een ... een negatieve z -as
 - d) C geldt enkel als de $D^2 > 0$
5. Gegeven: Nulpunten van de functie, waarbij de afgeleide gegeven was in een grafiek.
Een functie met integralen
Grafiek $f(x)$. Hier 1 nulpunt. Men zoekt $f'(t) = \int f(x)dx$ en het aantal nulpunten van $f(t)$
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
- De afgeleide heeft 1 nulpunt, dus dan heeft de functie $n+1$ nulpunten, hier dus 2.
(Rolle)

