

WISKUNDE VOOR ECONOMEN PAASTOETS 2011

Geef in je oplossingen van opgaven 1,2 en 3 steeds duidelijk aan welke eigenschappen je gebruikt, en waarom je deze mag toepassen. Voor de meerkeuzevraag hoef je enkel het juiste antwoord op te geven (a, b, c of d).

1. Een beursdag op Euronext Brussel duurt van 9u tot 17u40. We volgen gedurende één dag de koersen van twee aandelen A_1 en A_2 . Deze koersen worden beschreven door functies

$$K_1 : [0, 520] \rightarrow \mathbb{R}^+ : t \mapsto K_1(t)$$

$$K_2 : [0, 520] \rightarrow \mathbb{R}^+ : t \mapsto K_2(t)$$

waarbij t staat voor de tijd verstreken vanaf 9u (gemeten in minuten) en $K_i(t)$ voor de koers van het aandeel A_i op tijdstip t (uitgedrukt in euro), voor $i = 1, 2$.

We veronderstellen dat de functies K_1 en K_2 overal continu zijn. De openingskoers $K_1(0)$ van het aandeel A_1 is 50 euro, en de slotkoers $K_1(520)$ is 56 euro. De openingskoers $K_2(0)$ van aandeel A_2 bedraagt 54 euro, en de slotkoers 52 euro.

Bestaat er een tijdstip t tijdens de beursdag waarop de aandelen A_1 en A_2 evenveel waard zijn, d.w.z. zodat $K_1(t) = K_2(t)$? Verklaar je antwoord nauwkeurig door gebruik te maken van de Tussenwaardestelling.

2. Je bent directeur van een bedrijf dat mobiele telefoons verkoopt. De vraag naar je toestellen hangt af van hun prijs. Voor een bepaald model wordt de vraagfunctie gegeven door

$$V : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ : p \mapsto V(p) = \frac{10^5 e^{-p/1000}}{1 + p}$$

waarbij $V(p)$ staat voor de vraag naar het model wanneer de prijs p euro bedraagt. Momenteel kost een toestel minder dan 200 euro, en je overweegt om die prijs te verlagen. De prijs van een toestel kan echter niet minder dan 40 euro worden. Zullen je inkomsten dan stijgen of dalen? Verklaar je antwoord nauwkeurig.

3. Geef alle reële getallen x die voldoen aan de vergelijking

$$\sin x = 2x.$$

Verklaar je antwoord nauwkeurig door gebruik te maken van de Middelwaardestelling van Rolle.

4. Veronderstel dat $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ een rij is in $\mathbb{R}$ die naar 1 convergeert. We stellen $y_n = x_{2n}$ voor alle $n \in \mathbb{N}$. Wat kunnen we zeggen over de rij $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$?

- (a) Deze rij heeft geen limiet.
- (b) Deze rij heeft limiet 1.
- (c) We kunnen geen uitspraak doen over de limiet van deze rij.
- (d) Deze rij heeft limiet 2.

Hecht al je antwoordbladen aan elkaar en vermeld duidelijk je naam en opleiding.