

NAAM: VOORNAAM:

Studierichting: LOKAAL:

In deze tabel niets schrijven behalve
je antwoorden op de meerkeuzevragen

				MEERKEUZE		
vraag	1	2	3	4	5	6
score/ antwoord						

BELANGRIJK: begin met op **ELK** blad dat je gekregen hebt je **naam** in **HOOFD-DRUKLETTERS** en je **studierichting** te schrijven. Duid op je antwoorden heel duidelijk aan wat **NET** en wat **KLAD** is.

OPEN VRAGEN

1. Gegeven een willekeurige $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$, vind alle $x \in \mathbb{R}$ waarvoor

$$\log_{a^2} x = 2 + \log_a(x^2).$$

2. Beschouw twee rijen, $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$, in $\mathbb{R}$ die voldoen aan

$$x_n \leq y_{2n} \quad \text{voor alle } n \in \mathbb{N} \quad (*)$$

- (a) Geef een expliciet voorbeeld van niet constante rijen $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ die aan ongelijkheid (*) voldoen maar NIET aan

$$x_n \leq y_n \quad \text{voor alle } n \in \mathbb{N}.$$

Schuif nu het concrete voorbeeld terzijde en beschouw weer de algemene situatie.

- (b) Veronderstel dat $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$.
Mag je dan besluiten dat $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = +\infty$?
- (c) Veronderstel dat $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = -\infty$.
Mag je dan besluiten dat $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\infty$?

Argumenteer zowel voor (b) als voor (c) je antwoord. D.w.z. als je op een vraag “ja” antwoordt, moet je een bewijs geven dat **enkel gebaseerd is op de definitie van limiet**; als je “neen” antwoordt, moet je een expliciet tegenvoorbeeld geven.

3. Veronderstel dat $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ een continue functie is die voldoet aan $f(1, 0) = 1$ en $f(-1, 0) = -1$.
- (a) Bewijs dat er minstens één koppel $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ bestaat waarvoor $f(x, y) = 0$.
- (b) Hoeveel koppels $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ zullen er zijn waarvoor $f(x, y) = 0$? Argumenteer!

Zowel voor (a) als voor (b) kan je voor je argumentatie gebruik maken van alle geziene proposities/stellingen die je relevant acht. Maar dan moet je heel nauwkeurig aangeven op **welke** proposities/stellingen je je baseert en **hoe** je die proposities/stellingen toepast in jouw argument.

Volgende vragen zijn **MEERKEUZEVRAGEN**. Telkens één alternatief is correct. Vul de corresponderende letter **duidelijk** in in de **TABEL** links bovenaan (onder je naam). Gok niet blindelings want voor een foutief antwoord wordt 1/3 van de punten afgetrokken die je met een juist antwoord kunt verdienen.

4. Zij $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$. Veronderstel dat $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ een continue functie is die voldoet aan

- (a) $f(3, 2, 1) = a$,
(b) $f(1, 2, 3) = b$,
(c) $|f(x, y, z)| \leq c$ voor alle $(x, y, z) \in A$ met $\|(x, y, z)\| > 10$,

waarbij $a, b \in \mathbb{R}$ en $c \in \mathbb{R}^+$. In welk van onderstaande gevallen kan je met zekerheid besluiten dat f een minimale en een maximale functiewaarde op A bereikt?

- (A) $a = 4, b = -3$ en $c = 1$
(B) $a = -3, b = 1$ en $c = 4$
(C) $a = 3, b = 4$ en $c = 1$
(D) $a = 0, b = 2$ en $c = 3$

5. Veronderstel dat z een complex getal verschillend van nul is. Welke uitspraak is juist?

- (A) Als z^n voor elke $n \in \mathbb{Z}$ in het vierkant ligt met hoekpunten $5 + 5i, -5 + 5i, -5 - 5i$ en $5 - 5i$, dan is $|z| = 1$.
(B) Als $|z| \leq 5$, dan ligt z^n voor elke $n \in \mathbb{N}$ in het vierkant met hoekpunten $5 + 5i, -5 + 5i, -5 - 5i$ en $5 - 5i$.
(C) Als z en $1/z$ in het vierkant liggen met hoekpunten $5 + 5i, -5 + 5i, -5 - 5i$ en $5 - 5i$, dan is de verzameling $\{|z^n| \mid n \in \mathbb{Z}\}$ begrensd.
(D) Geen van vorige uitspraken is juist.

6. Beschouw twee functies $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Welke uitspraak klopt?

- (A) Als $g \circ f$ injectief is, dan is g ook injectief.
(B) Als $g \circ f$ injectief is, dan is f ook injectief.
(C) Als f injectief is, is $g \circ f$ ook injectief.
(D) Als g injectief is, is $g \circ f$ ook injectief.

Succes !