Studietoets Hogere Wiskunde I – 1ste bach HIR(B) – *12/11/08*

NAAM: .... VOORNAAM: ....

Studierichting: .... LOKAAL: ....

In deze tabel niets schrijven behalve je antwoorden op de meerkeuzevragen

				MEERKEUZE		
vraag	1	2	3	4	5	6
score/ antwoord						

BELANGRIJK: begin met op **ELK** blad dat je gekregen hebt je **naam** in **HOOFDDRUKLETTERS** en je **studierichting** te schrijven.

1. (a) Veronderstel dat $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ een rij is in $\mathbb{R}$ met als limiet $a \in \mathbb{R}_0^+$. Gebruik enkel de definitie van limiet van een rij om aan te tonen dat er een $n_0 \in \mathbb{N}$ bestaat zo dat $x_n > a/2$ voor alle $n \in \mathbb{N}$ met $n \geq n_0$.

   (b) Wat bedoelt men precies wanneer men in de context van limieten van rijen schrijft:

   "voor $a \in \mathbb{R}_0^+$ is $a \times (+\infty) = (+\infty)$"?

   Bewijs dan deze uitspraak door uitsluitend gebruik te maken van de definitie van limiet van een rij. Tip: gebruik (a).

2. In de cursus werd op een bepaald moment een functie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ opgevoerd — het precieze functievoorschrift is hier irrelevant – die in elk punt van $\mathbb{R}^2$ partieel afleidbaar is naar haar eerst variabele en waarvoor $D_1 f(0,t) = 1/t$ voor alle $t \in \mathbb{R}_0$. Toon nauwkeurig aan dat $D_1 f$ niet continu is in $(0,0)$

3. Beschouw een functie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. We nemen aan dat f partieel afleidbaar is in elk punt en dat de partiële afgeleiden $D_1 f$ en $D_2 f$ continu zijn. Veronderstel dat voor alle $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ en alle $\lambda \in \mathbb{R}_0^+$ geldt dat

$$f(\tfrac{x}{\lambda}, \lambda y) = f(x,y).$$

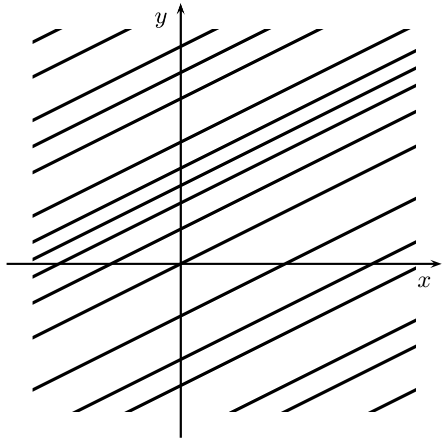
   Voor de rest is over f niets gegeven.
   Toon aan dat voor alle $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ geldt dat $x\, D_1 f(x,y) = y\, D_2 f(x,y)$.
   Tip: laat je inspireren door het bewijs van de stelling van Euler voor homogene functies.

Volgende vragen zijn meerkeuzevragen. Telkens één alternatief is correct. Vul de corresponderende letter **duidelijk** in in de **TABEL** bovenaan (onder je naam). Gok niet blindelings want voor een foutief antwoord wordt 1/3 van de punten afgetrokken die je met een juist antwoord kunt verdienen.

4. Welke van de volgende uitspraken over een rij $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ is equivalent met de uitspraak dat de rij **niet** begrensd is?
   (A) $\forall n \in \mathbb{N}, \forall Q, M \in \mathbb{R} : M > Q \Rightarrow x_n > M$ of $x_n < Q$
   (B) $\exists n \in \mathbb{N}, \forall Q, M \in \mathbb{R} : M > Q \Rightarrow x_n > M$ of $x_n < Q$
   (C) $\forall n \in \mathbb{N}, \exists Q, M \in \mathbb{R}$ met $M > Q : x_n > M$ of $x_n < Q$
   (D) geen van vorige

5. Beschouw een complex getal $z = a + bi \in \mathbb{C}$ (met $a, b \in \mathbb{R}$). De eis dat z voldoet aan $|z - i| < 2$ is equivalent met
   (A) $i - 2 < z < i + 2$.
   (B) $z^2 + 1 < 4$.
   (C) $-2 < a < 2$ en $-2 < b - 1 < 2$.
   (D) $a^2 + (b-1)^2 < 4$.

6. Zij $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een functie waarvan je enkel weet dat het GEEN eerstegraadsfunctie is. Met f wordt op één of andere manier een functie $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto g(x,y)$ gemaakt waarvan je het patroon van de niveaulijnen op de tekening hiernaast ziet. Welke van volgende functievoorschriften voor g is compatibel met dit patroon?
   (A) $g(x,y) = f(x - 2y)$
   (B) $g(x,y) = f(x) - 2y$
   (C) $g(x,y) = x + f(2y)$
   (D) $g(x,y) = f(x + 2y)$



Succes !