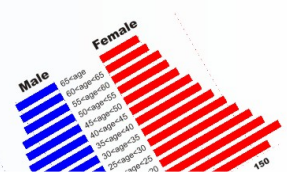


$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$



1. Zij  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  een functie met continue partiële afgeleiden tot en met de tweede orde. Veronderstel dat  $D_1 f(3, 0) = 1$ ,  $D_2 f(3, 0) = 0$  en  $D_{22}^2 f(3, 0) = -3$ . Beschouw de functie  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : t \mapsto g(t) = f(t^2 + 3, t)$ .

$g$  bereikt een lokaal maximum in  $t = 0$ .

$g$  bereikt een lokaal minimum in  $t = 0$ .

$g$  bereikt geen lokaal maximum in  $t = 0$  en ook geen lokaal minimum in  $t = 0$ .

We hebben onvoldoende informatie om na te gaan of  $g$  een lokaal maximum of een lokaal minimum in  $t = 0$  bereikt.

Info: De kettingregel, auteur: Kathleen Hoornaert, id: 2025

2. Welk van de volgende functies heeft een inverse functie?

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto -4x^3 + 3$$

$$g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$$

Geen enkel van de twee.

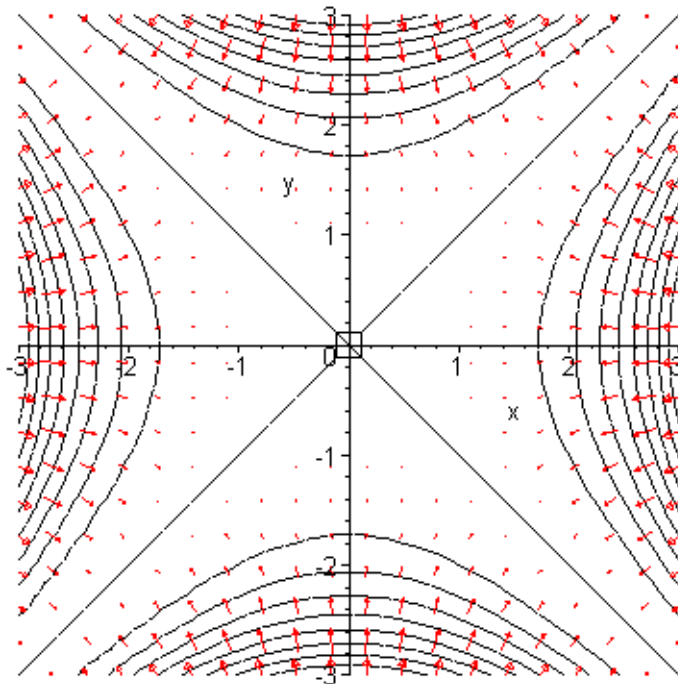
Enkel  $f$ .

Enkel  $g$ .

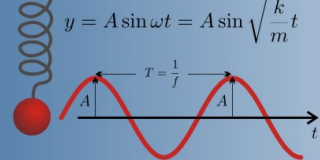
Zowel  $f$  als  $g$ .

Info: auteur: Paul Igodt, Bram De Rock, bron: Oefenmateriaal TEW - KULAK, id: 1008

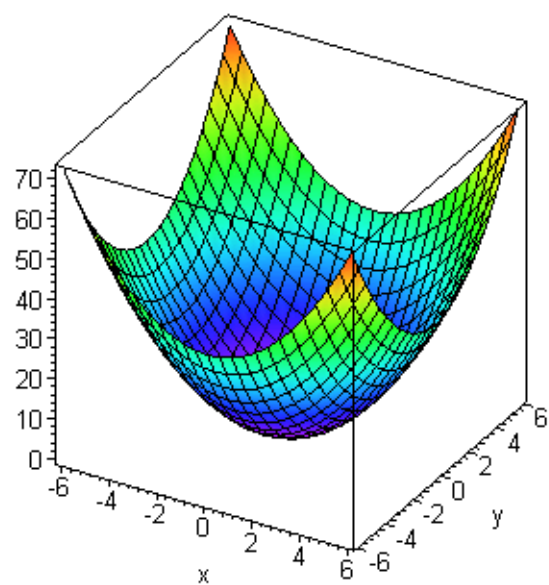
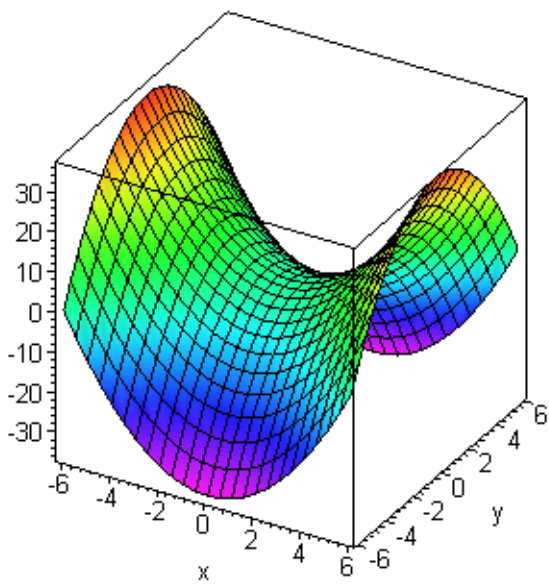
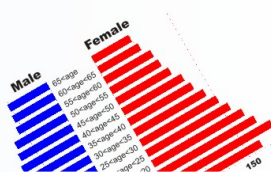
3. Gegeven de niveaulijnen en het gradiëntvectorveld van een functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .

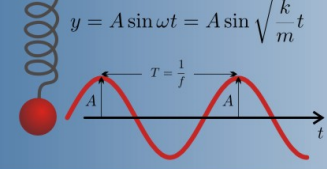


Welke grafiek hoort er bij? In onderstaande grafieken hebben punten op dezelfde hoogte dezelfde kleur.

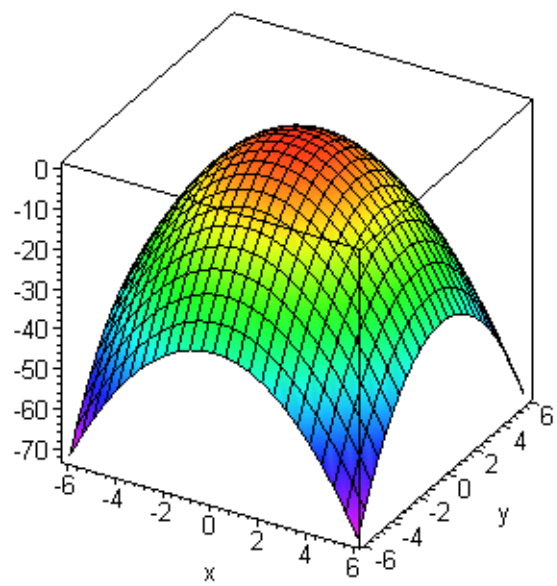
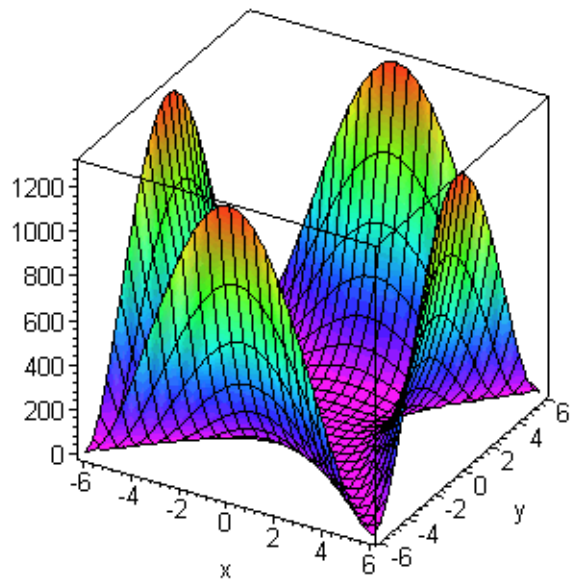
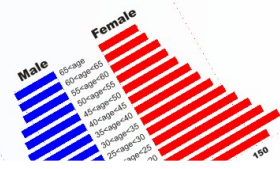


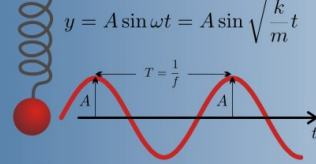
$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu - 1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y - x)$$



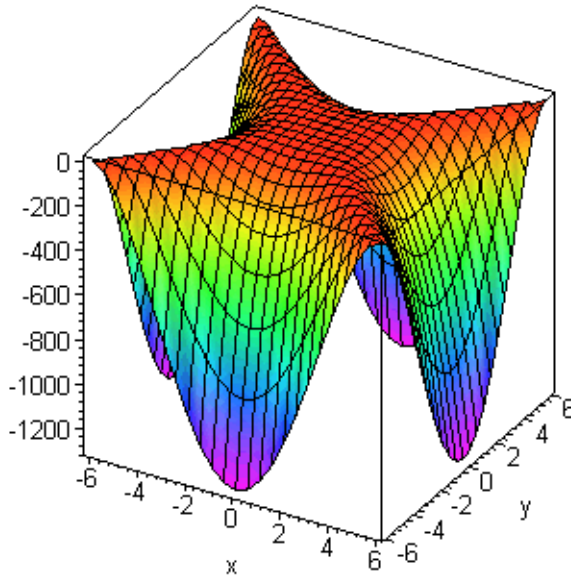
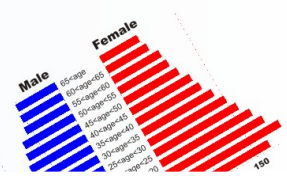


$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu - 1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y - x)$$





$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$



Info: Niveaulijnen en gradientvectorveld van een functie in 2 veranderlijken, auteur: Kathleen Hoornaert, id: 1984

4.  $f(x) = \cos(3x + \frac{5\pi}{3})$  heeft periode :

$2\pi$

$\frac{\pi}{3}$

$\frac{2\pi}{3}$

geen van vorige oplossingen

Info: auteur: tanja van hecke, ann de bodt, id: 3570

5. Als  $\vec{v}_1 = \{1, -1\}$  en  $\vec{v}_2 = \{\sqrt{2}, 0\}$ , dan is  $\|\vec{v}_1 + \vec{v}_2\| =$

8

$2\sqrt{2}$

$4 + 2\sqrt{2}$

$\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

Info: auteur: tanja van hecke, ann de bodt, id: 3557

6. Zij  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ; hoeveel van de volgende uitspraken zijn dan waar?

I. Als  $a \leq b$  en  $c \leq d$ , dan is  $a - c \leq b - d$ .

II. Als  $a \leq b$  en  $c \leq d$ , dan is  $a + c \leq b + d$ .

III. Als  $a \leq b$  en  $a \neq 0 \neq b$ , dan is  $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$ .

IV. Als  $a \leq b$  en  $a \neq 0 \neq b$ , dan is  $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$ .

0

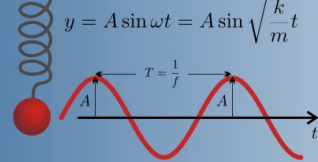
1

2

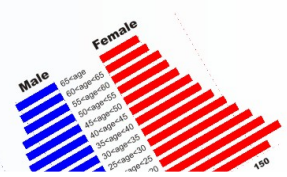
3

4

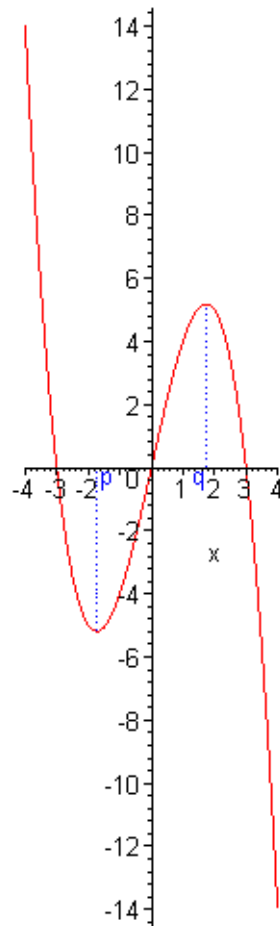
Info: auteur: Paul Igodt, Bram De Rock, id: 1019



$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$

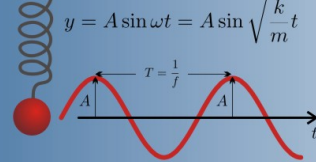


7. Zij  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  een afleidbare functie. Gegeven is de grafiek van de afgeleide van  $f$ .

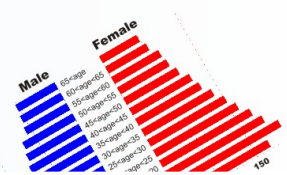


Welke uitspraak is waar?

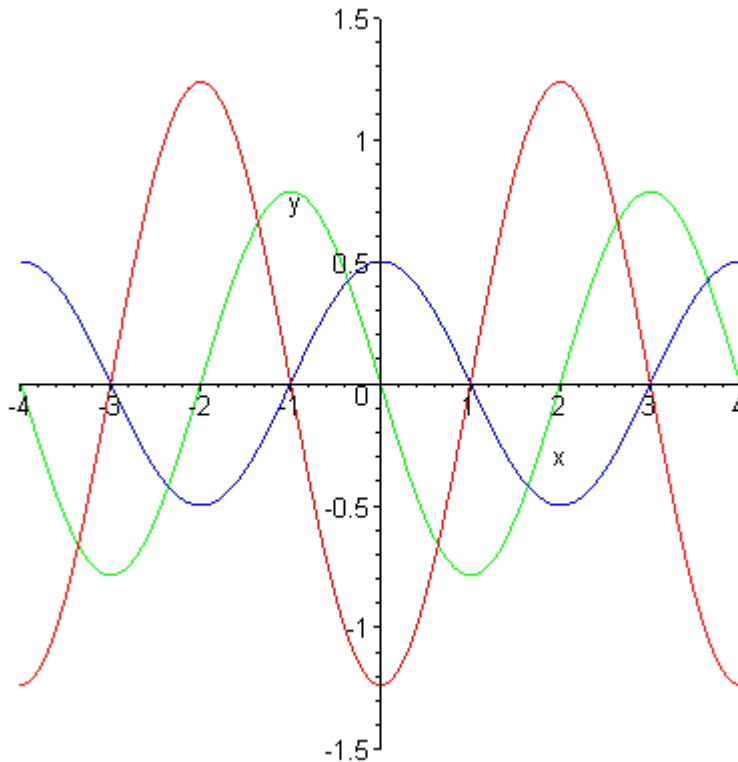
- De functie  $f$  bereikt een lokaal minimum in  $-3$ .
- De functie  $f$  bereikt een lokaal maximum in  $p$ .
- De functie  $f$  bereikt een lokaal maximum in  $q$ .
- De functie  $f$  bereikt een lokaal maximum in  $3$ .



$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y - x)$$



8. In onderstaande tekening is de grafiek van een functie  $f$  geschetst, tezamen met de grafiek van haar eerste afgeleide  $f'$  en haar tweede afgeleide  $f''$ . Welke kromme correspondeert met de grafiek van  $f$ , welke met die van  $f'$ ?



- De grafiek van  $f$  is groen, die van haar afgeleide  $f'$  is blauw.
- De grafiek van  $f$  is groen, die van haar afgeleide  $f'$  is rood.
- De grafiek van  $f$  is blauw, die van haar afgeleide  $f'$  is rood.
- De grafiek van  $f$  is blauw, die van haar afgeleide  $f'$  is groen.

Info: Functieverloop van een functie m.b.v de eerste en de tweede afgeleide, auteur: Kathleen Hoornaert, id: 2196

9. Stel  $S$  een homogeen stelsel van  $m$  vergelijkingen ( $m \neq 0$ ) met  $n$  onbekenden én  $m < n$ . Dan
- heeft  $S$  geen enkele oplossing.
  - heeft  $S$  enkel de nuloplossing als oplossing.
  - heeft  $S$  zeker één oplossing verschillend van de nuloplossing.
  - zijn er te weinig gegevens om het aantal oplossingen van  $S$  te voorspellen.

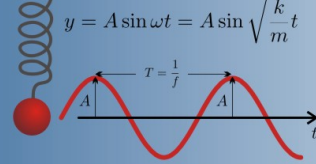
Info: auteur: Roeland Vervenne, bron: Oefenmateriaal 1 ETEW - KUL, id: 3104

10. Welke uitspraak is waar over de verzameling  $A = [1, \pi] \cap \mathbb{Q}$  als deelverzameling van  $\mathbb{R}$ ?
- $A$  heeft een maximum en een minimum.
  - $A$  heeft geen maximum, maar wel een minimum en een supremum.
  - $A$  heeft geen maximum en geen supremum, maar wel een minimum.
  - $A$  heeft een maximum en een infimum, maar geen minimum.

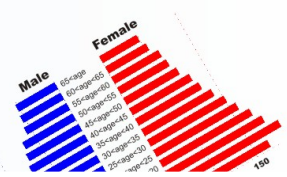
Info: auteur: Paul Igodt, Bram De Rock, id: 1013

11. Zij  $A \subset \mathbb{R}$ . Welke bewering is juist ?
- Als  $A$  een infimum heeft, dan heeft  $A$  geen minimum.
  - Als  $A$  geen minimum heeft, dan heeft  $A$  geen infimum.
  - Als  $A$  geen infimum heeft, dan heeft  $A$  geen minimum.
  - Als  $A$  een minimum heeft, dan heeft  $A$  geen infimum.

Info: auteur: Tanja Costermans, Paul Igodt, bron: Oefenmateriaal 1 ETEW - K.U.Leuven/KULAK, id: 1122



$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$



12. De vergelijking

$$y e^x + y^3 - 2 = 0$$

definieert op impliciete wijze een functie  $y = f(x)$ . Bereken  $f(0)$  en  $f'(0)$ .

$$f(0) = 1 \text{ en } f'(0) = 0$$

$$f(0) = 1 \text{ en } f'(0) = -\frac{1}{4}$$

$$f(0) = -1 \text{ en } f'(0) = \frac{1}{4}$$

$$f(0) = \sqrt[3]{2} \text{ en } f'(0) = 0$$

Info: impliciet afleiden, auteur: Lutgarde Beernaert, bron: oefeningenbundel analyse 1, id: 1573

13.  $S$  is een niet homogeen stelsel van 17 lineaire vergelijkingen in 13 onbekenden, zodat de rang van de coëfficiëntenmatrix en de rang van de vermeerderde matrix beide gelijk zijn aan 12. Dan

heeft  $S$  geen enkele oplossing.

heeft  $S$  precies 1 oplossing.

heeft  $S$  oneindig veel oplossingen.

zijn er te weinig gegevens bekend om het aantal oplossingen van  $S$  te voorspellen.

Info: auteur: Karel Dekimpe, bron: Toetsvraag 1ETEW - 2002, id: 1751

14. Veronderstel dat de vergelijking

$$e^{xy} + 3e^{y+x^2-1} = 2$$

de functie  $y = f(x)$  bepaalt. Van deze (impliciet gedefinieerde) functie  $f$  willen we de functiewaarde en de afgeleide in het punt  $x = 1$  bepalen. Welk resultaat vind je hiervoor?

$$f(1) = \ln 2 \text{ en } f'(1) = 0$$

$$f(1) = \ln 2 \text{ en } f'(1) = -\frac{3}{2} - \frac{\ln 2}{4}$$

$$f(1) = -\ln 2 \text{ en } f'(1) = \frac{\ln 2}{4} - \frac{3}{2}$$

$$f(1) = -\ln 2 \text{ en } f'(1) = 0$$

Info: impliciet afleiden, auteur: Paul Igodt, Frederik Houpline, Lutgarde Beernaert, bron: Examen 1ETEW - K.U.Leuven, id: 1550

15. Ga na of de volgende limiet bestaat en bereken desgevallend:

$$\lim_{-1} \frac{x^3 - x}{(x+1)^3}.$$

Deze limiet is onbepaald.

$+\infty$

$-\infty$

2

1

Info: auteur: Paul Igodt, Bram De Rock, id: 1012

16. De richtingsafgeleide van  $f(x, y) = x + y$  in de richting bepaald door de positieve  $x$ -as in het punt  $(0, -1)$  is:

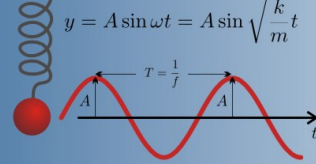
niet-gedefinieerd (want het punt  $(0, -1)$  ligt niet op de positieve  $x$ -as)

0

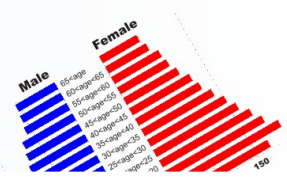
1

2

Info: Analyse 1 - vraag 29, auteur: Ronald Rousseau, Roland Saelens, id: 4091



$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$



17. Veronderstel dat  $a, b \in \mathbb{R}_0^+$  en dat  $a - b > 0$ . Verder is gegeven dat  $a^3 - 3a^2b - b^3 = 0$ . Dan is  $\log(a - b)$  gelijk aan

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} (\log a + 3 \log b) \\ & \frac{1}{3} (3 \log a - 2 \log b) \\ & \frac{1}{3} (\log 3 + \log a + 2 \log b) \\ & \frac{1}{3} (\log a - 3 \log b) \end{aligned}$$

Info: auteur: Frederik Houpline, Paul Igodt, Bram De Rock, id: 1042

18. Gegeven  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto xy + yz + zx$  en  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3 : t \mapsto (e^t, 2e^{-t}, e^t + e^{-t})$ . Bereken  $(g \circ f)(0)$  en bereken vervolgens  $(g \circ f)'(0)$  met de kettingregel.

$$\begin{aligned} & (g \circ f)(0) = 0 \text{ en } (g \circ f)'(0) = 0 \\ & (g \circ f)(0) = 8 \text{ en } (g \circ f)'(0) = 0 \\ & (g \circ f)(0) = 8 \text{ en } (g \circ f)'(0) = -2 \\ & (g \circ f)(0) = 8 \text{ en } (g \circ f)'(0) = 6 \end{aligned}$$

Info: afleiden samengestelde functie, auteur: Lutgarde Beernaert, Kathleen Hoornaert, bron: Oefeningenbundel analyse 1 ste kan burg.ir. K.U.Leuven, id: 2003

19. Zij  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  een functie met continue partiële afgeleiden tot en met de tweede orde. Veronderstel dat  $D_1 f(-1, 0) = D_2 f(-1, 0) = 1$ . Beschouw de functie  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : t \mapsto g(t) = f(\cos(\pi t), (t-1)^2)$ .

$g$  bereikt een lokaal maximum in  $t = 1$ .

$g$  bereikt een lokaal minimum in  $t = 1$ .

$g$  bereikt geen lokaal maximum in  $t = 1$  en ook geen lokaal minimum in  $t = 1$ .

We hebben onvoldoende informatie om na te gaan of  $g$  een lokaal maximum of een lokaal minimum in  $t = 1$  bereikt.

Info: De kettingregel, auteur: Kathleen Hoornaert, id: 2032

20. De markt van een bepaald product wordt beschreven door de volgende vraag- en aanbodfuncties (resp.  $D$  en  $S$ ), die de marktprijs weergeven in functie van de productiehoeveelheid  $q$ :

$$\begin{cases} D(q) = 50 - 2q \\ S(q) = 14 + 4q \end{cases}$$

Bereken de evenwichtsprijs. Wat is bij deze evenwichtsprijs het consumentensurplus?

$$\begin{aligned} & 26 \\ & 31 \\ & 36 \\ & 41 \end{aligned}$$

Info: auteur: Bram De Rock, Paul Igodt, id: 1386

21. Wat kan je over de volgende functie zeggen?

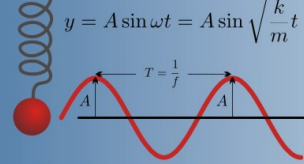
$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto -e^{-x}.$$

$f$  is orde-bewarend.

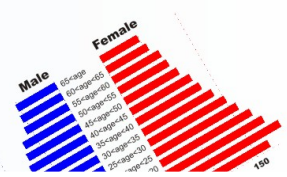
$f$  is orde-omkerend.

$f$  is noch orde-bewarend, noch orde-omkerend.

Info: auteur: Paul Igodt, Bram De Rock, bron: Oefenmateriaal TEW - KULAK, id: 1007



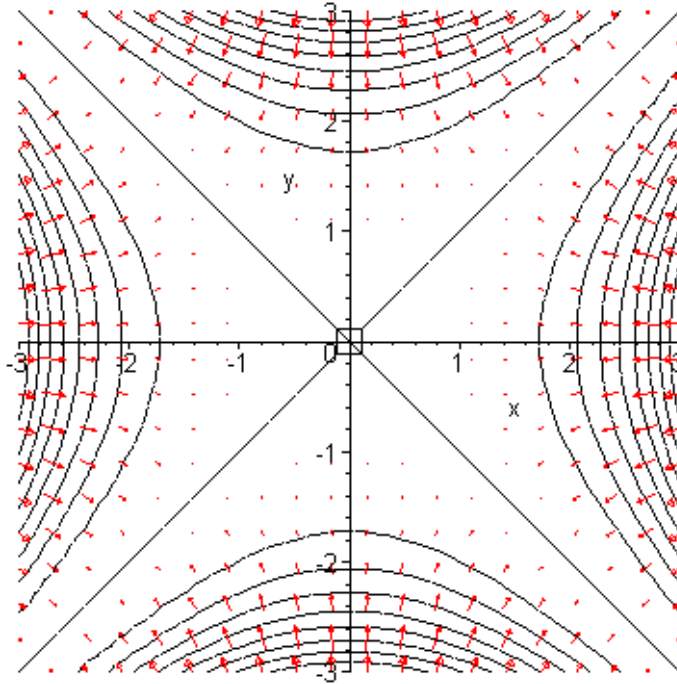
$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$



22.  $S$  is een homogeen stelsel met 35 vergelijkingen in 34 onbekenden. Dan
- heeft  $S$  geen enkele oplossing.
  - heeft  $S$  precies 1 oplossing.
  - heeft  $S$  oneindig veel oplossingen.
  - zijn er te weinig gegevens bekend om het aantal oplossingen van  $S$  te voorspellen.

Info: auteur: Karel Dekimpe, bron: Toetsvraag 1ETEW - 2002, id: 1749

23. Gegeven de niveaulijnen en het gradiëntvectorveld van een functie  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .



Welke uitspraak is waar?

- De oorsprong is een zadelpunt.
- De functie bereikt in de oorsprong een lokaal minimum, maar geen globaal minimum.
- De functie bereikt in de oorsprong een lokaal maximum, maar geen globaal maximum.
- De functie bereikt in de oorsprong een globaal minimum.
- De functie bereikt in de oorsprong een globaal maximum.

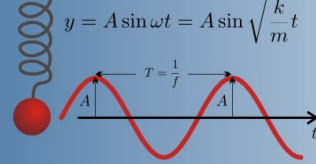
Info: Niveaulijnen en extremum van een functie in 2 veranderlijken, auteur: Kathleen Hoornaert, id: 1988

24. Een productiefunctie  $Q$  is gegeven in functie van de arbeid ( $L$ ) en het geïnvesteerde kapitaal ( $K$ ) als  $Q = 10K^{0.8}L^{0.2}$ . Hoeveel van de volgende uitspraken zijn correct ?

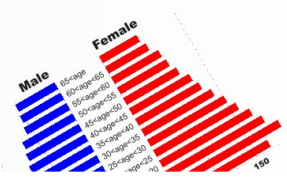
- $\langle \nabla Q(K, L), (K, L) \rangle = Q(K, L)$
- De richtingsafgeleide van  $Q(K, L)$  in de richting  $(1, 0)$  is  $8K^{-0.2}L^{0.2}$ .
- $D_{K,L}^2 Q(K, L) = 1.6K^{-0.2}L^{-0.8}$
- Bij toenemende waarde van  $K$  stijgt de marginale productiviteit van de arbeid.

4  
3  
2  
1

Info: auteur: Frederik Houpline, Paul Igodt, bron: Examenvraag 1ETEW- K.U.Leuven, id: 996



$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y - x)$$



25. Beschouw de volgende functie:

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}.$$

Dan is  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  gelijk aan

$$\begin{aligned} &2 \frac{y}{x^2} - 2 \frac{x}{y^2} \\ &2 \frac{x}{y^2} - 2 \frac{y}{x^2} \\ &2 \frac{x}{y^2} + 2 \frac{y}{x^2} \\ &-2 \frac{x}{y^2} - 2 \frac{y}{x^2} \end{aligned}$$

Info: auteur: Wim Malfait, id: 1903

26. Is de volgende uitspraak juist of fout?

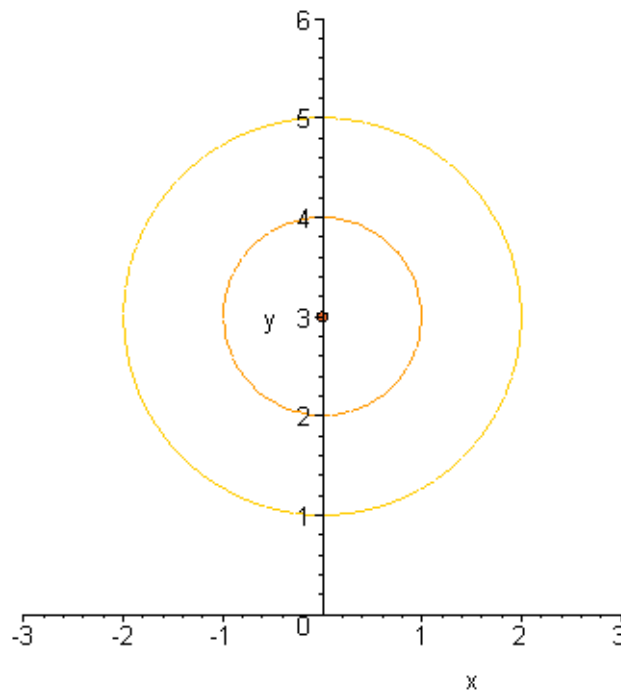
Zij  $x, y \in \mathbb{R}^n$ . Als het scalair product van  $x$  en  $y$  gelijk is aan nul, dan is  $x$  of  $y$  gelijk aan de nulvector.

Deze uitspraak is

juist.  
fout.

Info: Scalair product., auteur: Kathleen Hoornaert, id: 2017

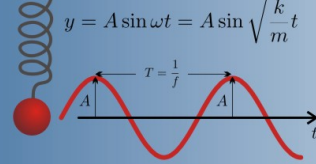
27. Gegeven de niveaulijnen van een functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  (niveau 0 is oranje, niveau 1 is lichtoranje, niveau 2 is geel).



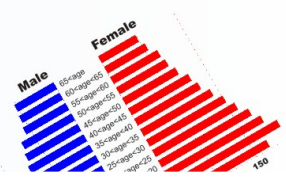
Wat is het voorschrift van  $f$ ?

$$\begin{aligned} f(x, y) &= x^2 + (y + 3)^2 \\ f(x, y) &= x^2 + (y - 3)^2 \\ f(x, y) &= x^2 + \frac{(y-3)^2}{4} \\ f(x, y) &= \sqrt{x^2 + (y + 3)^2} \\ f(x, y) &= \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} \end{aligned}$$

Info: Niveaulijnen van een functie in 2 veranderlijken, auteur: Kathleen Hoornaert, id: 1983



$$(y^\nu - x^\nu)^2 \leq \frac{\nu^2}{2\nu-1} (y^{2\nu-1} - x^{2\nu-1}) (y-x)$$



28.  $f$  en  $g$  zijn twee overal gedefinieerde functies van  $\mathbb{R}$  naar  $\mathbb{R}$ . Welke uitspraak is FOUT?

Als  $f$  en  $g$  stijgend zijn, dan is  $f \circ g$  stijgend.  
 Als  $f$  stijgend is en  $g$  dalend, dan is  $g \circ f$  dalend.  
 Als  $f$  dalend is en  $g$  stijgend, dan is  $g \circ f$  dalend.  
 Als  $f$  en  $g$  dalend zijn, dan is  $g \circ f$  dalend.

Info: auteur: Frederik Houpline, Johan Quaegebeur, bron: Examen 1ETEW - K.U.Leuven, id: 990

29. Een (overal bepaalde) functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is even  $\iff \forall x \in \mathbb{R} : f(x) = f(-x)$ . Welke uitspraak is waar ?

$f$  is even  $\iff \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$   
 $f$  is even  $\implies \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$   
 $f$  is even  $\iff \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$   
 geen van vorige

Info: auteur: Tanja Costermans, Frederik Houpline, bron: Oefenmateriaal 1ETEW - K.U.Leuven/KULAK, id: 1031

30. De niet-triviale driehoek  $abc$  met  $b(2, 0)$ ,  $c(1, 3)$  en  $a(3, k)$ , heeft een rechte hoek in het hoekpunt  $a$ . Dan is  $k = ?$

2  
 1  
 2 of 1  
 2, 1 of -1

Info: auteur: tanja van hecke, ann de bodt, id: 3563