

Wiskunde voor Economen: Juni 2011 (Meerkeuze)

1.

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto f(x, y) = y - x$$

a. Maak een schets van: $C : (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2$

Teken op deze schets ook de niveaulijnen van f in 2, 1, 0, -1, -2

b. Optimaliseer f onder de voorwaarde gegeven door C met behulp van Lagrange.

Toon ook aan dat je Lagrange mag gebruiken en teken de kritieke punten op je schets.

c. Toon aan welk punt het minimum is.

2.

$Q(K, L) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is een productiefunctie die door K , kapitaal, en L , arbeid, bepaald wordt. De functie is continu en afleidbaar.

Gegeven zijn:

$$\frac{\partial}{\partial K} = \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial L} = \frac{K^2 + L^2}{K + L}$$

Stel nu: $f(L) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} = Q(10, L)$

a. Wat zal de afgeleide van f zijn.

b. Als we veronderstellen dat K vast blijft liggen op 10, met hoeveel zal de productie toenemen als L toeneemt van 5 naar 10, gebruik geen benadering.c.

3.

Bewijs aan de hand van de stelling van Lagrange dat:

$$\tan(x) > x \text{ als } x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

(Tip: Als $\tan(0)$ dan..)

4.

$g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ een continu afleidbare functie met 3 veranderlijken.

Bereken de partiele afgeleide van de eerste orde in termen van partiele afgeleide van g .

$$f(x, y) = g(\cos(xy + 14), \frac{e^x}{y^2 + 6}, 2011x)$$

5.

Gegeven zijn 2 aandelen, $aandeel1$ en $aandeel2$, elk beschreven door een functie; $K1$ en $K2$.

$$K1 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ : t \mapsto K1(t) = \frac{e^t}{100t^2 + 10t + 7}$$

$$K2 : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ : t \mapsto K2(t) = \frac{100t^3 + 10t^2 + 1000}{t^3 + 1}$$

Veronderstellend dat t geen eindpunt heeft, welk aandeel zal er verkozen worden? Bereken de waarden op 't'.