

2^e opleidingsfase bachelor handelsingenieur (in de beleidsinformatica)

Fysica OEFENINGEN

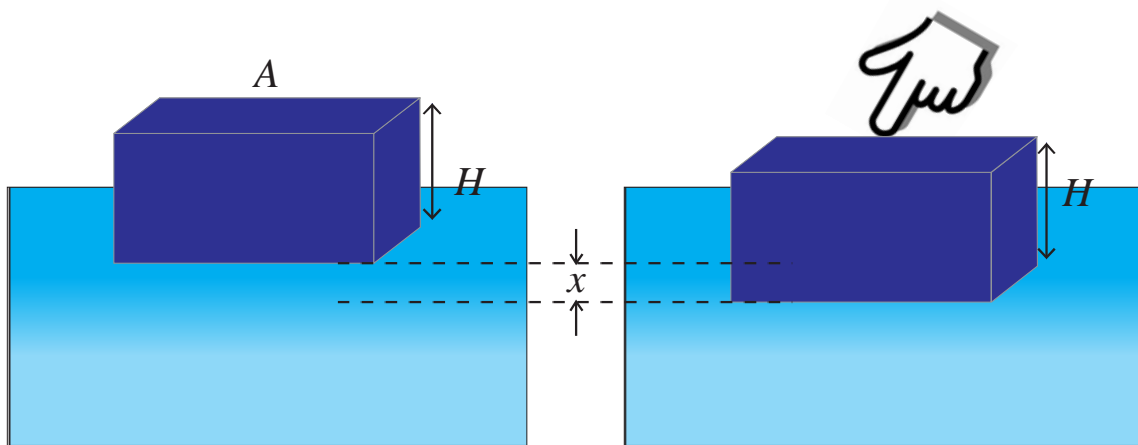
2012-2013

1^{ste} Semester 5^e opgave

Oscillaties

Een balkvormig voorwerp met horizontale doorsnede A , (verticale) hoogte H en dichtheid ρ_b drijft in water (dichtheid ρ_w). Toon aan dat, wanneer het voorwerp, over een kleine afstand x , dieper in het water wordt geduwd en vervolgens wordt losgelaten, het een harmonische oscillatie zal uitvoeren met

$$\text{periode: } T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\rho_b \cdot H}{\rho_w \cdot g}}.$$



Oplossing: (Met de x -as positief naar boven)

Wanneer het voorwerp drijft wordt de zwaartekracht gecompenseerd door een opwaartse stuwkracht (wet van Archimedes) in grootte gelijk aan het gewicht van het verplaatste volume water:

$$F_{opw} - G = 0 \quad \text{d.w.z.} \quad \rho_w \cdot V_{onder,drijven} \cdot g - \rho_b \cdot V \cdot g = 0 \quad (1)$$

Waarbij $V_{onder,drijven} = A \cdot H_o$, met H_o de hoogte van het voorwerp onder water. Wanneer het voorwerp verder onder water wordt gedrukt en vervolgens wordt losgelaten is er een resulterende opwaartse kracht

$$F_{res} = F_{opw} - G = m \cdot a \quad \text{d.w.z.} \quad \rho_w \cdot V_{onder} \cdot g - \rho_b \cdot V \cdot g = \rho_b \cdot V \cdot a \quad (2)$$

Waarbij $V_{onder} = A \cdot (H_o - x)$ ($-x$ omdat de x -as positief naar boven werd gekozen). Hiermee kan (2) verder worden herschreven tot:

$$\rho_w \cdot A \cdot (H_o - x) \cdot g - \rho_b \cdot V \cdot g = \rho_b \cdot V \cdot a \Rightarrow -\rho_w \cdot A \cdot g \cdot x + \rho_w \cdot A \cdot H_o \cdot g - \rho_b \cdot V \cdot g = \rho_b \cdot V \cdot a$$

Hetgeen in combinatie met (1) kan worden vereenvoudigd tot

$$-\rho_w \cdot A \cdot g \cdot x = \rho_b \cdot A \cdot H \cdot a \Rightarrow -\rho_w \cdot g \cdot x = \rho_b \cdot H \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\rho_w \cdot g}{\rho_b \cdot H} \cdot x$$

Dit is de bewegingsvergelijking van een harmonische oscillatie met als algemene oplossing

$$x(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{\rho_w \cdot g}{\rho_b \cdot H}} \cdot t + \phi\right) \text{ en dus met periode } T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\rho_b \cdot H}{\rho_w \cdot g}}.$$

Q.E.D.