Beschrijvende statistiek en Kansrekenen

Bijkomende oefenvragen – Prof. G. Claeskens

1. Het gewicht van een man is normaal verdeeld met gemiddelde 77 kg en standaardafwijking 9.5. Het gewicht van een vrouw is normaal verdeeld met gemiddelde 64 kg en standaardafwijking 8.8. Een lift heeft een draagvermogen 800 kg. In de lift staan 6 mannen en 5 vrouwen. Bereken de kans dat de lift blokkeert wegens overbelasting. Je mag hierbij aannemen dat het gewicht van kleding en eventuele bagage verwaarloosbaar is en dat de gewichten van de afzonderlijke personen onafhankelijk zijn.

2. De klantendienst van een grote firma werkt met een callcenter van 3 vaste personeelsleden. Als één van de vaste personeelsleden afwezig is (wegens ziekte of vakantie) wordt hij/zij vervangen door een interimkracht. Een werknemer is 3 dagen op 40 afwezig, onafhankelijk van mekaar. Een vaste medewerker neemt gemiddeld 20 keer per uur de telefoon op om een nieuwe oproep te verwerken. Voor een iterimkracht is dit slechts de helft. Ik bel naar de klantendienst en krijg direct te horen dat ik de volgende aan de beurt zal zijn. Dan duurt het nog minstens 2 minuten alvorens ik een medewerker aan de lijn krijg. Bereken de kans dat die dag alle vaste werknemers aanwezig zijn. Je mag aannemen dat de wachttijd tot een medewerker aan de lijn komt exponentieel verdeeld is.

3. Toevalsveranderlijke X geeft de kost op het nalezen van een tekst op typfouten, X volgt een log-normale verdeling waarvan het gemiddelde en de variantie afhankelijk zijn van het aantal pagina's Y van de tekst. Namelijk, voor $Y = y$ pagina's, geldt dat $E(X|Y = y) = 20 + 0.5y$ en $\text{Var}(X|Y = y) = (20 + 0.5y)^2$. Het aantal pagina's Y volgt een Poissonverdeling met gemiddelde 50. Bereken de standaardafwijking van X.

4. Gegeven is een portfolio X bestaande uit a keer aandeel S_1 en $(1 - a)$ keer aandeel S_2. Gegeven is dat (S_1, S_2) bivariaat normaal verdeeld is met gemiddelde $(0.8, 0.9)$ en met covariantiematrix $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.15 \\ 0.15 & 0.4 \end{pmatrix}$.

   (a) Bereken de waarde van de constante a waarvoor de variantie van de portfolio X minimaal is.

   (b) Voor $\underline{a = 0.4}$, bereken $P(|X| < 1)$.

5. We kopen 8 eitjes bij boer David en steken deze in twee identieke eierdozen die ieder vier eitjes kunnen bevatten. We kopen ook 4 eitjes bij boer Mark en steken deze in een derde identieke eierdoos.
   We weten *niet* of de eitjes op dezelfde dag gelegd zijn. Voor ieder ei afzonderlijk wordt de tijd vanaf het leggen van het ei (de ouderdom) beschreven door een Weibull verdeling met de tijd t uitgedrukt in dagen. De eitjes van boer David zijn meestal iets verser, de parameters van de verdeling zijn $\beta_1 = 4$ en $\delta_1 = 10$. Voor de eitjes van boer Mark geldt dat $\beta_2 = 2$ en $\delta_2 = 10$. We nemen aan dat de ouderdommen van alle eitjes onafhankelijk zijn.
   Om een biscuittaart te bakken zijn er 4 eitjes nodig. We nemen willekeurig één van de drie eierdoosjes en gebruiken de 4 eieren van dat doosje. De taart is enkel luchtig genoeg indien *alle 4 de eitjes* hoogstens 14 dagen oud zijn. Na het bakken is de taart prima gelukt. Wat is de kans dat de gebruikte eitjes bij boer Mark gekocht werden?

6. Toevalsveranderlijke X kan slechts twee mogelijke uitkomsten aannemen (succes of niet), maar het succes wordt zelf bepaald door een toevalsveranderlijke P, welke een betaverdeling volgt met parameters $(4, 2)$. Bereken de variantie van X.

7. Een steekproef van 50 observaties resulteert in het volgende stengel-en bladdiagram waarbij de stam de tientallen voorstelt en de bladeren de eenheden.

```
 0 | 399
 1 | 01345689
 2 | 023333455
 3 | 00134699
 4 | 01234467
 5 | 023689
 6 | 1
 7 | 15
 8 |
 9 | 7
10 | 0
11 | 06
12 | 1
```

   (a) Bereken de interkwartielafstand.

   (b) Geef de modus van deze waarden.

   (c) Schets een boxplot overeenkomstig met deze gegevens. (Het steekproefgemiddelde is gelijk aan 40.86, dit hoef je niet na te rekenen.) Schrijf de waarden bij de belangrijke plaatsen in de tekening.

8. De website van railtime.be gaf op 4 januari 2011 voor treinen vertrekkend uit het station Brussel-Nationaal-Luchthaven tussen 5u15 en 13u00 de volgende informatie: 39 treinen hebben geen vertraging, 7 treinen hebben een weergegeven vertraging van respectievelijk 8, 14, 11, 6, 5, 7, 6 minuten.

   (a) Om welk soort van gegevens gaat het hier (indeling)?

   (b) Geef de frequentie- en relatieve frequentieverdeling in de volgende tabel (afronden op 3 decimalen).

   (c) Bereken het bereik <u>en</u> de interkwartielafstand van deze gegevens.