

Operationeel Onderzoek

Opgave 4: oplossing

Oefening 1-

12a. Replace the M's by incorporating a backlogging cost. For example, Month 3 Regular Production can be used to meet Month 1 demand at a cost of $400 + 2(30) = \$460$.

12b. Add a supply point called 'Lost Sales' with cost of shipping a unit to any month's demand being \$450. Supply of 'Lost Sales' supply point should equal total demand. Then adjust Dummy demand Point's demand to rebalance the problem.

12c. A shipment from Month 1 Production to Month 4 demand should have a cost of M.

12d. For each Month add a Month i Subcontracting Supply Pt. with a supply of 10 and a cost that is \$40 more than the cost for the corresponding Month i Reg. Supply Point. Then adjust the demand at the dummy demand point so that the problem is balanced.

Oefening 2-

Het gebalanceerde transport tableau...

	dag1	dag2	dag3	dag4	dag5	dummy	RHZ
Nieuw	2	2	2	2	2	0	195
dag1	M	1	0,5	0,5	0,5	0	60
dag2	M	M	1	0,5	0,5	0	45
dag3	M	M	M	1	0,5	0	35
dag4	M	M	M	M	1	0	30
	60	45	35	30	25	170	

Oefening 3-

a. De probleemformulering is de volgende:

$$\begin{aligned}
 &\max 7x_{11} + 5x_{12} + 8x_{13} + 2x_{14} \\
 &\quad + 7x_{21} + 8x_{22} + 9x_{23} + 4x_{24} \\
 &\quad + 3x_{31} + 5x_{32} + 7x_{33} + 9x_{34} \\
 &\quad + 5x_{41} + 5x_{42} + 6x_{43} + 7x_{44} \\
 &\text{s.t.}
 \end{aligned}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 1 \text{ (TC)}$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 1 \text{ (FP)}$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 1 \text{ (HF)}$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} \leq 1 \text{ (ML)}$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} \leq 1 \text{ (JA)}$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} \leq 1 \text{ (CC)}$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} \leq 1 \text{ (GP)}$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} \leq 1 \text{ (JR)}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

We maximaliseren “happiness”, waarbij elke beperking ervoor zorgt dat de persoon in kwestie niet meer dan 100 % van zijn of haar tijd spendeert met iemand van het andere geslacht.

Aangezien er gegeven is dat het spenderen van tijd met iemand van het andere geslacht *altijd* een positief “geluk” oplevert, zal het zeker optimaal zijn dat elke persoon 100 % van zijn of haar tijd spendeert met iemand van het andere geslacht. Bijgevolg mogen we in alle beperkingen de ‘ \leq ’ vervangen door een gelijkheidsteken. Als we het probleem nu ook formuleren als een minimaliseringsprobleem, dan bekomen we een standaard toewijzingsprobleem (assignment problem):

$$\begin{aligned} \min \quad & -7x_{11} - 5x_{12} - 8x_{13} - 2x_{14} \\ & -7x_{21} - 8x_{22} - 9x_{23} - 4x_{24} \\ & -3x_{31} - 5x_{32} - 7x_{33} - 9x_{34} \\ & -5x_{41} - 5x_{42} - 6x_{43} - 7x_{44} \end{aligned}$$

s.t.

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 1 \quad (\text{TC}) \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 1 \quad (\text{FP}) \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 1 \quad (\text{HF}) \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} &= 1 \quad (\text{ML}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 1 \quad (\text{JA}) \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 1 \quad (\text{CC}) \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 1 \quad (\text{GP}) \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 1 \quad (\text{JR}) \end{aligned}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

- b. Aangezien we het probleem hebben kunnen formuleren als een algemeen (evenwichtig) toewijzingsprobleem, weten we zeker dat elke x_{ij} in de optimale oplossing de waarde 0 of 1 zal hebben (zie pg. 394 bovenaan, 2^{de} alinea). Met andere woorden: elke persoon spendeert al zijn of haar tijd met één persoon van het andere geslacht. In dit model is voor altijd bij je partner blijven dus optimaal; vandaar dat men dit met enige zin voor overdrijving het “marriage theorem” kan noemen. Aangezien er 4 koppels gevormd worden, weten we op voorhand dat in onze optimale oplossing 4 x_{ij} ’s de waarde 1 zullen hebben en de rest 0.
- c. De Hongaarse Methode is een erg specifieke methode, die enkel kan gebruikt worden bij toewijzingsproblemen die in de standaardvorm geformuleerd zijn. Vandaar (nogmaals) het belang van het omzetten naar een minimaliseringsprobleem! De Hongaarse Methode verloopt dan als volgt:

	JA	CC	GP	JR	rijminimum
TC	-7	-5	-8	-2	-8
FP	-7	-8	-9	-4	-9
HF	-3	-5	-7	-9	-9

JR	-5	-5	-6	-7	-7
----	----	----	----	----	----

Trek het rijminimum af van elke rij:

	JA	CC	GP	JR
TC	1	3	0	6
FP	2	1	0	5
HF	6	4	2	0
JR	2	2	1	0
kolomminimum	1	1	0	0

Trek het kolomminimum af van elke kolom:

	JA	CC	GP	JR
TC	0	2	0	6
FP	1	0	0	5
HF	5	3	2	0
JR	1	1	1	0

Met een lijn door rij 1, rij 2 en kolom 4 kunnen we alle nullen bedekken. De optimale oplossing is dus nog niet bereikt. De kleinste onbedekte kost is 1, dus we tellen 1 op bij elke kost die door 2 lijnen bedekt is en we trekken 1 af van elke kost die niet bedekt is:

	JA	CC	GP	JR
TC	0	2	0	7
FP	1	0	0	6
HF	4	2	1	0
ML	0	0	0	0

Nu hebben we vier lijnen nodig om alle nullen te bedekken (bemerkt dat je deze lijnen ook op verschillende andere manieren had kunnen trekken). De nullen geven de optimale oplossing aan. Bemerkt dus ook dat er alternatieve oplossingen mogelijk zijn. Een voorbeeld van een optimale oplossing is $x_{11} = x_{23} = x_{34} = x_{42} = 1$, wat een doelfunctiewaarde van 30 oplevert. Voor deze oplossing koppelen we dus Harrison en Julia, Matt en Courteney, Tom en Jennifer, en Freddie en Gwyneth.

Oefening 4-

18. The appropriate tableau follows:

	Q1Dem	Q2Dem	Q3Dem	Dummy	
Q1 Prod	200	300	400	0	240
Q2 Prod	240	180	280	0	240
Q3 Prod	360	300	240	0	240
	200	300	100	120	

Min $200x_{11} + 300x_{12} + 400x_{13} + 240x_{21} + 180x_{22} + 280x_{23} + 360x_{31} + 300x_{32} + 240x_{33}$
 St

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{1d} &< 240 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{2d} &< 240 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{3d} &< 240 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} &> 200 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &> 300 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &> 100 \\ x_{1d} + x_{2d} + x_{3d} &> 120 \end{aligned}$$

Alle variabelen ≥ 0

Let op: er zijn alternatieve optimale oplossingen in dit geval (Lindo geeft andere uitkomst, maar de doelfunctiewaarde is identiek)