
Proefexamen Wiskunde voor Economen

Prof. Wim Schoutens

31 oktober 2022

Naam:

Voornaam:

Studierichting:

Studentennummer:

EXAMENRICHTLIJNEN

WIT

- Vul het voorblad in en noteer de naam van de surveillant als zijn/haar handtekening.
 - Schrijf op elk blad je **naam** (in DRUKLETTERS).
 - Je mag op dit proefexamen de examenbundel uiteen halen.
 - Wat ligt er op je tafel? Schrijfgerief, niet programmeerbaar rekentoestel en studentenkaart. Je **GSM en smartwatch** staan uit en zit in je tas.
 - Je hebt **1,5 uur** om het proefexamen af te leggen.
 - Het eerste deel telt **2 open vragen** en heeft een gewicht van 15 van de 20 punten.
 - Het tweede deel bestaat uit **2 meerkeuzevragen (MK)** en heeft een gewicht van 5 van de 20 punten. De **antwoorden** op deze vragen moeten in de **tabel** op je antwoordenblad ingevuld worden. Per vraag is slechts één van de gegeven antwoorden correct. Er wordt giscorrectie toegepast: per juist antwoord: $+1$, per fout antwoord: $-\frac{1}{3}$, blanco: 0. Een eventuele negatieve score op dit deel wordt herleid tot 0.
 - Afgeven? Steek je hand op en kom naar voren als de surveillant je een teken geeft dat je mag komen. Laat je studentenkaart zien.
 - Bij het echte examen: scheur het onderste deel van het voorblad af en neem het mee als bewijs van deelname.
 - Bij dit proefexamen is het omgekeerd: het onderste deel geef je af, het examen zelf mag je houden om te verbeteren.
-

OPEN VRAGEN (15 punten)

1. (7 punten) Stel dat A, B en C drie punten in $\mathbb{R}^2$ zijn. Dan zegt de driehoeksongelijkheid dat $\|B - A\| \leq \|C - A\| + \|B - C\|$. Dit is een gezien resultaat dat je mag toepassen.

- (a) Bewijs met inductie dat voor elke $n \in \mathbb{N}_0$

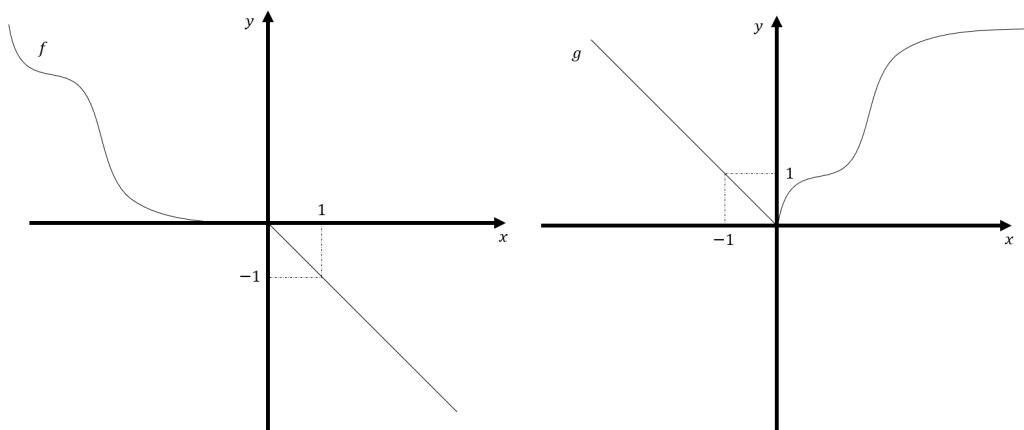
$$\|X_n - X_0\| \leq \|X_1 - X_0\| + \|X_2 - X_1\| + \|X_3 - X_2\| + \cdots + \|X_{n-1} - X_{n-2}\| + \|X_n - X_{n-1}\|,$$

waarbij $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ staan voor n willekeurige punten in $\mathbb{R}^2$.

- (b) Zou de stelling van (a) ook gelden met een strikte ongelijkheid? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

2. (8 punten)

- (a) Beschouw onderstaande grafieken van f en g . Teken aan de hand hiervan de grafiek van $f \circ g$.



- (b) Is de functie

$$f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : (x, y) \mapsto (2y + 4, x^2)$$

injectief? Toon aan!

- (c) Is de functie

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto |x^2 - y| - 100$$

surjectief? Toon aan!

- (d) De functie

$$K : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \begin{cases} 0.90x + 0.20y & \text{als } x \leq 500 \\ \frac{x^2}{500} + 0.20y & \text{als } x > 500 \end{cases}$$

stelt de kost voor gas en elektriciteit voor van een particulier bij een verbruik van x kWh elektriciteit en y kWh gas. Teken alle koppels (x, y) die zorgen voor een totale kostprijs van 750 euro.

MEERKEUZEVRAGEN (5 punten)

Noteer jouw antwoorden **DUIDELIJK IN DE TABEL** op het eerste blad.

Giscorrectie: per juist antwoord: $+1$, per fout antwoord: $-\frac{1}{3}$, blanco: 0. Dit wordt dan verrekend naar 5 punten.

(MK1) Beschouw volgende verzamelingen en duid vervolgens de JUISTE uitspraak aan:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y - 7\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$$

$$C = \left\{ (x, y) \in (\mathbb{R} \setminus \{1\}) \times \mathbb{R} \mid \frac{|x|}{|x-1|} < 1 \right\}$$

- (A) De verzameling A is een verticale rechte.
- (B) De verzameling C bestaat uit alle punten (x, y) , waarbij de x -coördinaat dichter ligt bij 0 dan bij 1.
- (C) Er geldt $\#(A \cap B) \neq 0$.
- (D) De verzameling $A \cap C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < y\}$.

(MK2) Drie van de vier antwoordmogelijkheden zijn gelijk. Duid de andere aan.

$$(A) \sum_{k=210}^{310} (-1)^{2k+1} \frac{k!}{(k+1)!} x^{k-1}$$

$$(B) \sum_{k=200}^{300} (-1)^{2k+1} \frac{1}{k+11} x^{k+9}$$

$$(C) \sum_{k=200}^{310} (-1)^{2k+1} \frac{1}{k+1} x^{k-1} - \sum_{k=200}^{209} (-1)^{2k+1} \frac{1}{k+1} x^{k-1}$$

$$(D) \sum_{k=200}^{300} (-1)^{2k+1} \frac{1}{k-9} x^{k-11}$$

**Noteer jouw antwoorden in de juiste tabel op het voorblad van de
antwoordbundel!**

Succes!